**Chapitre 1 - Graphe non orienté et orienté**

**Graphe non orienté :**

multigraphe : avoir des arêtes égales

graphe simple : pas d’arêtes égales

- si complet, m = (n\*(n-1))/2

- m <=(1/2) \* n \* (n-1)

- nb d’extrémités d’arêtes = nb de degré total = 2 \* nb d’arêtes

- nb paire de sommets a degré impair

représentation sagittale : E = {X = {……}, E = {(…)(…)……}} (X : sommets, E : arêtes)

voisinage : V(x), ensemble de ses sommets adjacents

degré : nb d’arêtes incidentes à x, d(x) = |V(x)|

sommet isolé : degré = 0

sommet pendant : degré = 1

graphe complet :

- toute paire de sommets est reliée par une arêtes

(K5 est le plus petit graphe complet non planaire)

- m = (n(n-1))/2

- G vérifie m <= (1/2) \* n \* (n-1)

- nb d’extrémités d’arêtes est le degré total du graphe : 2 \* nb arêtes, donc c’est un nb pair

- un nb pair de sommets a un degré impair (dans une composante)

clique : nb de sommet d’un sous graphe d’un graphe complet

connexe : si tout y est accessible à partir de x

chaîne : chaîne élémentaire est simple

- longueur = nb d’arêtes

- c = X0\_X1\_…\_…\_Xn

- simple : passe pas deux fois par même arête

- élémentaire : passe pas deux fois par même sommet, longueur <= n-1

- toute chaîne peut extraire une chaîne élémentaire

cycle : une chaîne dont origine = extrémité

- simple : passe pas deux fois par même arête

- élémentaire : passe pas deux fois par même sommet, longueur <= n

arbre : graphe non orienté connexe et sans cycle

- m = n - 1

- sans cycle, maximal si on lui ajoute une arête entre deux sommets, cela crée tjs un cycle

- connexe, minimal si on lui ajoute une arête, le graphe n’est plus connexe

- 2 sommets qq sont relié par un unique chemin

forêt : union d’arbre

**Graphe orienté :**

multigraphe : avoirs des arcs égaux

graphe simple : pas d’arêtes égaux

- si complet, m = (n\*(n-1))/2

- m <=(1/2) \* n \* (n-1)

- nb d’extrémités d’arêtes = nb de degré total = 2 \* nb d’arêtes

- nb paire de sommets a degré impair

représentation sagittale : E = {X = {……}, E = {(…)(…)……}} (X : sommets, E : arêtes)

voisinage : V+(X) — entrant, V-(X)—sortant

degré : d+(x)—entrant, d-(X)—sortant

sommet pendant : d+(x) = 1 et d-(X) = 0

source : d+(X) = 0

puits : d-(X) = 0

chemin : c = X0->X1->……->Xn

- élémentaire : passe pas deux fois par le même sommet

fortement connexe : si tout y est accessible à partir de x

circuit : c = (X0,X1,X2,…,Xn,…,X0)

arborescences : arbre enraciné

**Commun**

ordre : nb de sommets n = |X|

graphe planaire : pas d’arêtes se croisent

k-parti : partition de sommet en k ensembles non vides tel que toute arêtes de G ait ses extrémités dans des ensembles différents

bi-parti : partition des sommets en X = X1UX2

bi-parti complet : |X1| = n, |X2| = p, noté K(n,p)

graphe partiel : même sommets mais enlever qq arêtes

sous-graphe : enlever qq sommets mais arêtes ne change pas

**Démonstration**

1 - Tout graphe admet deux sommets de même degré

La contraposé de cette implication => il n’existe pas de graphe qui admet deux sommets de degré distincte.

Supposons que un tel graphe possède n sommets et m arêtes, le sommet maximal est (n-1), si tous les sommet ont des degrés distincts, on a nécessairement un sommet de degré 0, un sommet de degré 1, …… un sommet de degré (n-1),.

Du fait de la présence du sommet ayant le degré 0, il est impossible d’avoir un sommet de degré (n-1) car cette sommet doit être relié avec tous les autres sommet, donc CONTRADICTION !!

Application : Supposons que l’amitié est réciproque, dans tous assemblés des personnes, il existe tjs des personnes qui ont le même nb d’amis dans l’assemblé.